

Standart Puan

Standart (Birim) Normal Dağılımı

Standart Normal Dağılım Tablosu

Standart Puan (Z puanı, Z skoru)

- Aritmetik ortalama ve standart sapmanın aynı olduğu gruplarda karşılaştırma yapmak kolaydır.
- Aritmetik ortalaması ve standart sapması farklı olan dağılımların aynı aritmetik ortalama ve standart sapma ya sahip dağılım haline dönüştürülmesi ve sağlıklı karşılaştırma yapılabilmesi için verilerin standartlaştırılması gerekir.

Z Puanı Hesaplama

$$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{s}$$

Z puanı, herhangi bir puanın ortalamadan farkının alınması ve bu farkın standart sapmaya bölünmesi sonucu elde edilir.

Z puanı, bir puanın standart sapma cinsinden karşılığıdır.

Örnek: Ayşe, 2018 YKS ve 2019 YKS'ye katılmıştır.

Matematik net ortalaması 5 ve standart sapması 7 olan 2018 YKS'de Ayşe 12 net yapmıştır.

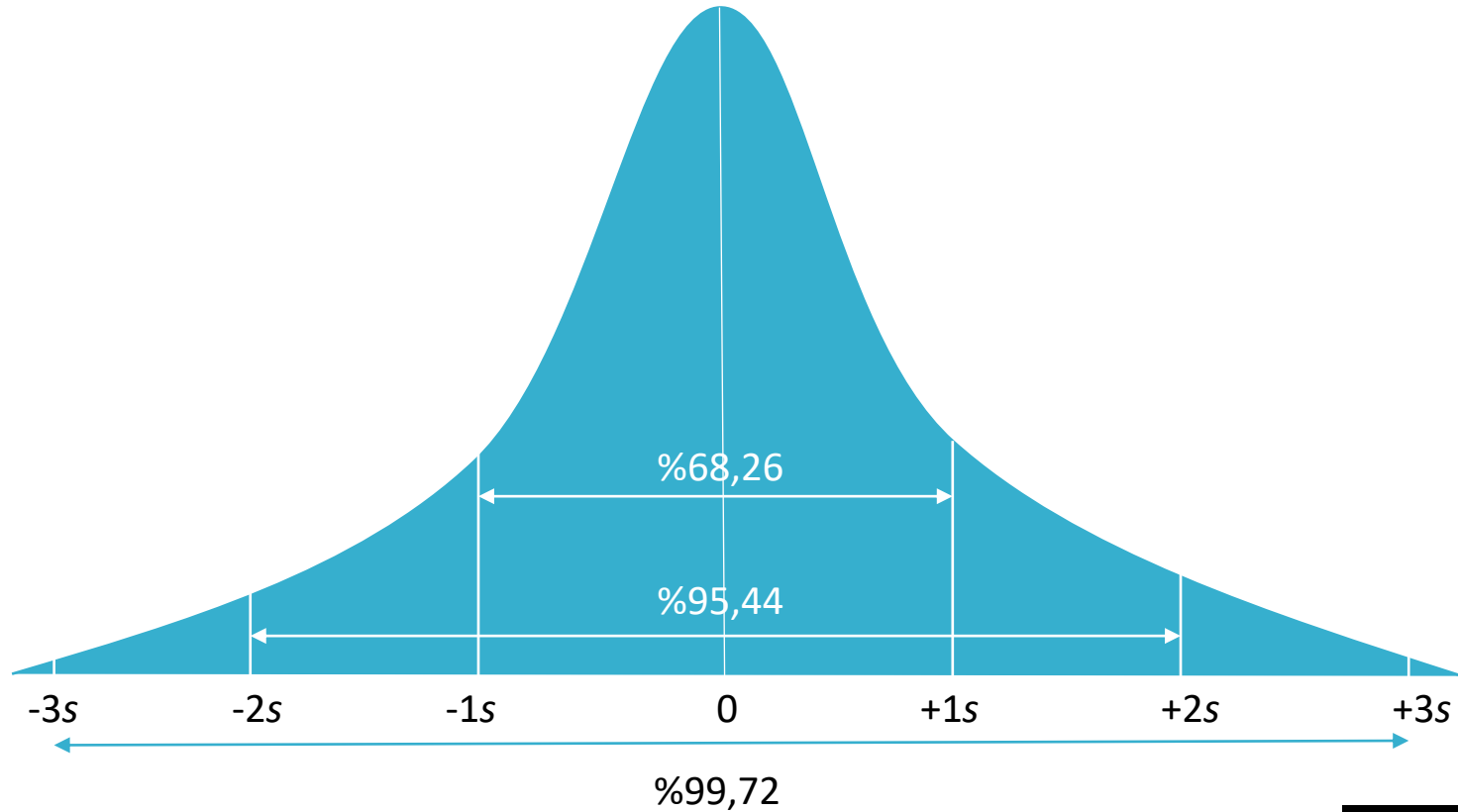
Matematik net ortalaması 6 ve standart sapması 8 olan 2019 YKS'de Ayşe 14 net yapmıştır.

Buna göre, Ayşe'nin iki yıl arasındaki başarı durumu hakkında ne söyleyebiliriz?

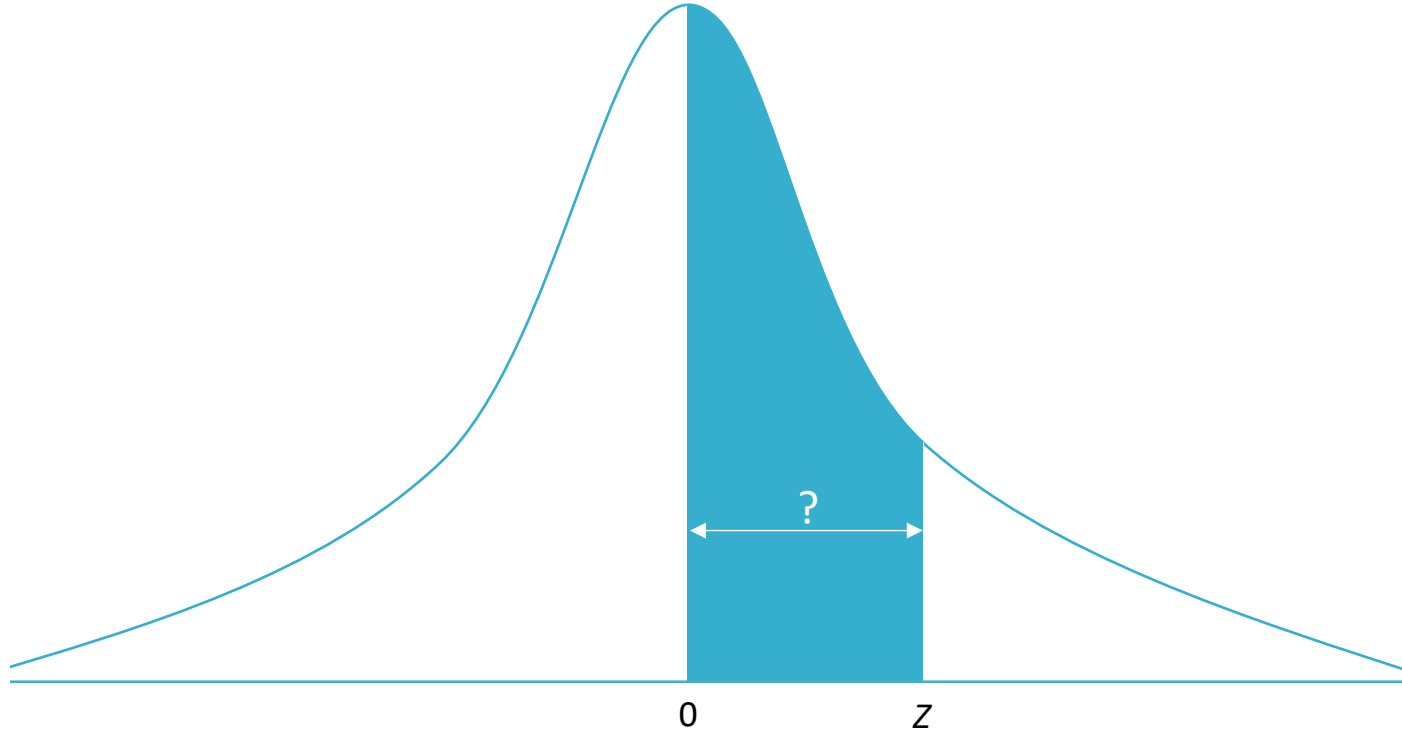
$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = \frac{12 - 5}{7} = 1$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = \frac{14 - 6}{8} = 1$$

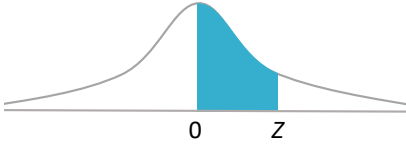
Standart (Birim) Normal Dağılım



Standart Normal Dağılım Tablosuna Başvurma



Standart Normal Dağılım Tablosu (Z Tablosu)

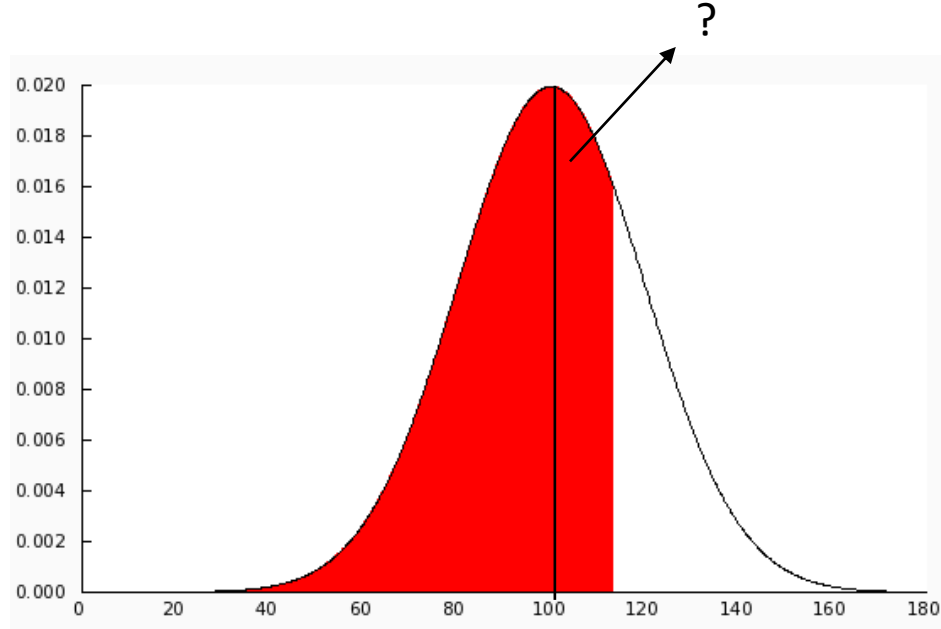


Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4933	0,4934	0,4936

Tablo, ortalama (sıfır) ile Z puanı arasında kalan normal eğrinin altındaki alanı vermektedir.

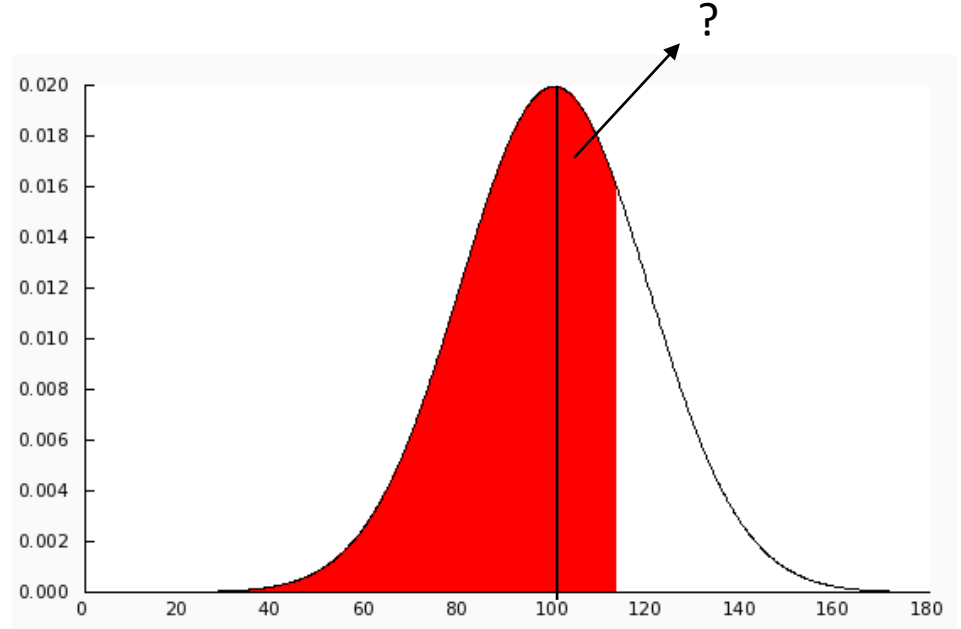
Örneğin, $Z=1,23$ olduğunda sıfır ile Z arasındaki alan $0,3907$ 'ye eşittir.

Örnek: Ortalamanın 100, standart sapmanın 20 olduğu, normal dağılıma sahip bir zeka testinde IQ puanları 113 ve 87 olan iki kişinin dağılımdaki yerleri neresidir?



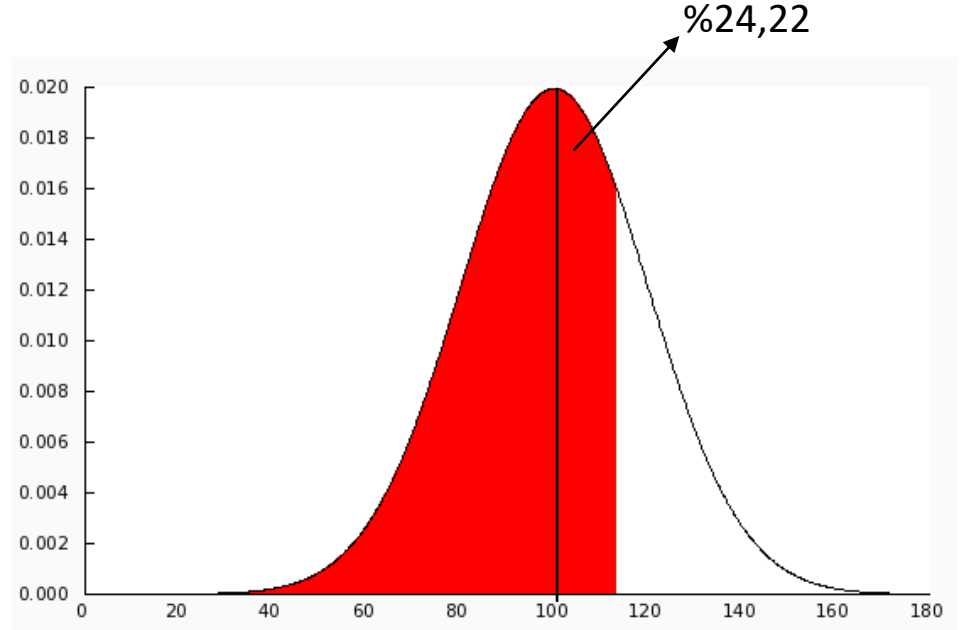
Örnek: Ortalamanın 100, standart sapmanın 20 olduğu, normal dağılıma sahip bir zeka testinde IQ puanları 113 ve 87 olan iki kişinin dağılımdaki yerleri neresidir?

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{113 - 100}{20} = 0.65$$



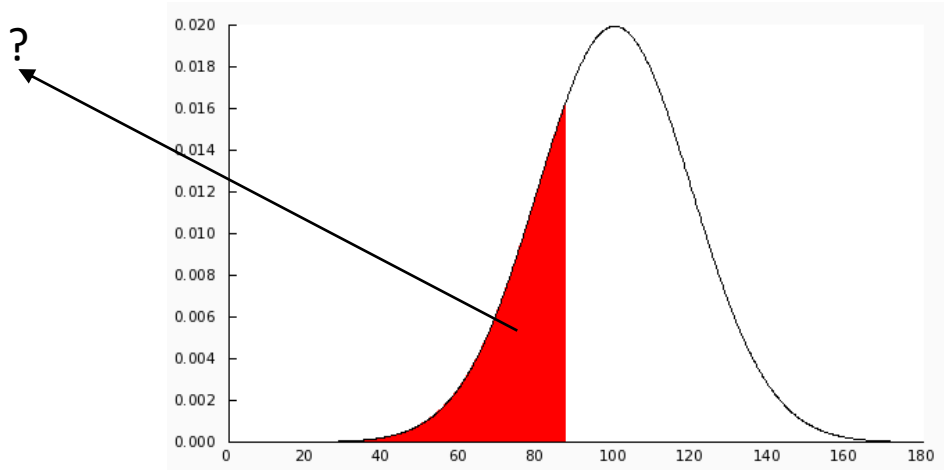
Örnek: Ortalamanın 100, standart sapmanın 20 olduğu, normal dağılıma sahip bir zeka testinde IQ puanları 113 ve 87 olan iki kişinin dağılımdaki yerleri neresidir?

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{113 - 100}{20} = 0.65$$



Örnek: Ortalamanın 100, standart sapmanın 20 olduğu, normal dağılıma sahip bir zeka testinde IQ puanları 113 ve 87 olan iki kişinin dağılımdaki yerleri neresidir?

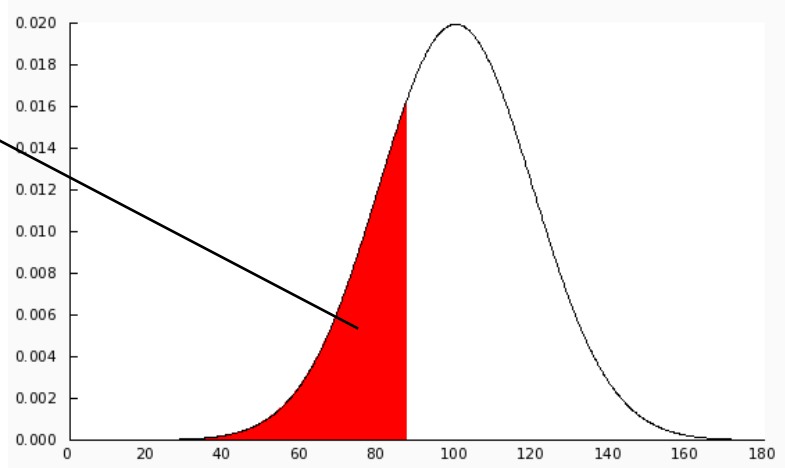
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{87 - 100}{20} = -0.65$$



Örnek: Ortalamanın 100, standart sapmanın 20 olduğu, normal dağılıma sahip bir zeka testinde IQ puanları 113 ve 87 olan iki kişinin dağılımdaki yerleri neresidir?

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{87 - 100}{20} = -0.65$$

%25,78



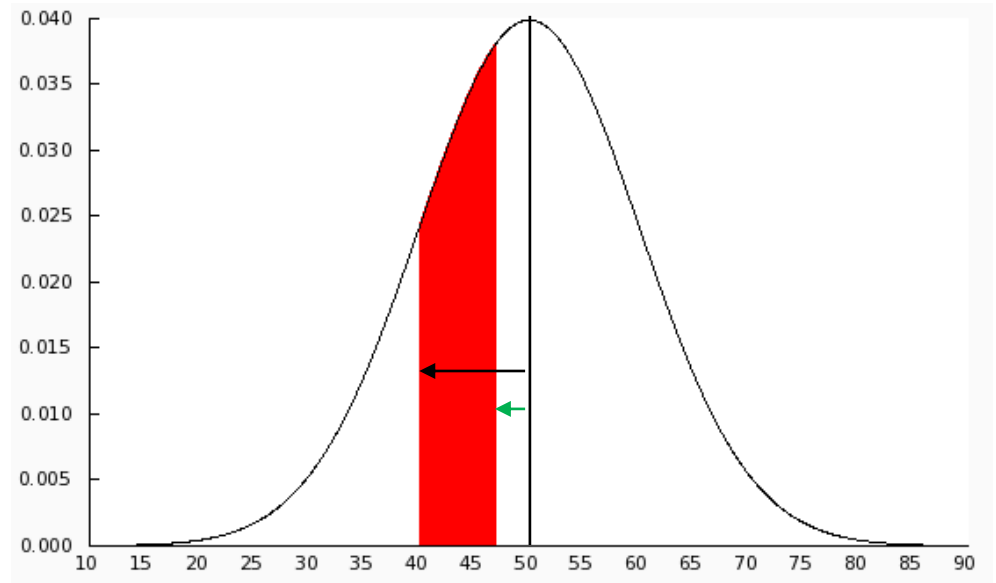
Örnek: Ortalamasının 50, standart sapmanın 10 olduğu bir normal dağılım için 40 ve 47 arasındaki alan ne kadardır?

Örnek: Ortalamanın 50, standart sapmanın 10 olduğu bir normal dağılım için 40 ve 47 arasındaki alan ne kadardır?

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = \frac{40 - 50}{10} = -1$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = \frac{47 - 50}{10} = -0.3$$

$$0,34 - 0,12 = 0,22$$



Olasılık Hesabı

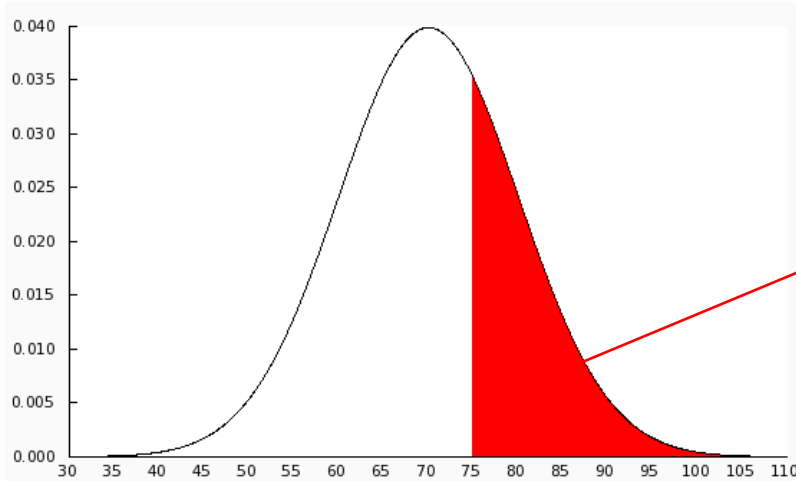
Şimdiye kadar elde edilen bir Z skorunun altında ve üstünde kalan alanların yüzdeleri ile ilgilendik. Z skor tablosunu kullanarak olasılık hesabı da yapabiliriz.



Örnek:

Ortalaması 70 standart sapması 10 olan bir ders notları dağılımında bir öğrencinin 75 puan üzeri alma olasılığı nedir?

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{75 - 70}{10} = 0.5$$



$$\begin{aligned} \Pr(X \geq 75) &= \Pr\left(Z \geq \frac{75 - 70}{10}\right) = \Pr(Z \geq 0.5) \\ &= 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{aligned}$$